

## Geodätisches Rechnen

# Vermessungstechnische Berechnungsalgorithmen auf mechanischen Rechenmaschinen (Schluss)

Von Dr. Detlef Zerfowski und Dipl.-Ing. (FH) Susanne Herden,  
Benningen am Neckar

### 3.4 Rechenvordrucke für Maschinenrechnen im Vermessungswesen

Bereits bei der zuvor betrachteten Problemstellung des Geradenschnittes erkennt man, dass durch die Angabe der Rechenschemata dem Rechenmaschinenanwender die Ausführung der Rechnung deutlich erleichtert wird. Durch Fehlbedienungen der Maschine kann es jedoch im Laufe der Berechnungen zu Fehlern kommen. Um in einem solchen Fall nicht die komplette Berechnung von vorne beginnen zu müssen, ist es sinnvoll, die auftretenden Zwischenergebnisse schriftlich festzuhalten. Mit diesen Angaben konnte bei bemerkten Fehlern, in noch fehlerfreien Schritten der Rechnung, nochmals mit den nun korrekt ausgeführten Rechnungsschritten begonnen werden.

Um diese Berechnungsschritte einheitlich und für nachträgliche Prüfungen einfach nachvollziehbar zu dokumentieren, brachte das Vermessungsamt Nordrhein-Westfalen die oben zitierten Rechen-vordrucke heraus.

#### 3.4.1 Vordruck „Geradenschnitt“

Als Beispiel für ein solches Rechenformular geben wir den zur Berechnung des Geradenschnittes gehörenden Vordruck in Abbildung 7 wieder. Im Formulkopf wird schrittweise die durchzuführende Berechnung skizziert. Der Schritt (1) verlangt die Berechnung der beiden Geradensteigungen. Schritt (2), dargestellt durch die beiden Rechenschemata, gibt die eigentliche Berechnung vor. Dabei ist zu beachten, dass die Gegenläufigkeit der beiden Rechenwerke gemäß der Tabelle "Schaltung" eingestellt werden muss. Die in unserem Berechnungsbeispiel auftretenden Punkte A, B, 157, 156 und S entsprechen den Punkten P1, P2, P3, P4 und PS der Skizze im Formulkopf. Diese Punktzuordnung wird in den Spalten 1 und 5 eingetragen. In die Spalten 1 bis 4 werden die Koordinaten der auf der ersten Geraden liegenden Punkte eingetragen. Entsprechendes gilt für die Spalten 5 bis 8 und die zweite Gerade. Die Koordinaten für PS sind noch nicht vorhanden, da diese

berechnet werden sollen. Nach Berechnung der Koordinatendifferenzen für P2-P1 und P4-P3 werden diese in den entsprechenden Feldern vermerkt. Gemäß Schritt (1) werden  $\tan t_1$  und  $\tan t_2$  bestimmt und schriftlich festgehalten. Man beachte, dass die Vorzeichen in separaten Feldern eingetragen werden.

Die zuvor im Abschnitt 3.3 dargestellte Rechnung liefert schließlich die Koordinaten von PS. Sowohl die Werte aus dem linken als auch aus dem rechten Rechenwerk werden in das Formular übernommen.

Die im Schritt (3) angegebenen Proben entsprechen der am Ende des Abschnittes 3.2 beschriebenen Kontrolle, bei der auf der Geraden auf den zweiten koordinatenmäßig bekannten Punkt (in diesem Fall P2 bzw. P4) zugegangen wird und die Korrektheit der Koordinaten überprüft wird. Der Probenschritt (4) überprüft, ob die Summe der Strecken zwischen PS und P3 (berechnet in Zeile PS-P3), sowie zwischen P4 und PS (berechnet in Zeile P4-PS), dem Abstand von P4 und P3 (Zeile P4-P3) entspricht. Die Ausführung der Kontrollrechnungen stellt sicher, dass die Koordinaten des Schnittpunktes PS korrekt ermittelt wurden.

Es bleibt noch zu erwähnen, dass das Formular Platz für zwei weitere Geradenschnittberechnungen bietet.

#### 3.4.2 Vordruck „Rückwärtsschnitt“

Als Beispiel für einen komplexeren Berechnungsalgorithmus geben wir in Abbildung 8 das Leerformular für die Berechnung des "Rückwärtsschnitts" an. Bei dieser Aufgabenstellung steht der Vermes-ser auf dem Punkt N, dessen Koordinaten zu bestimmen sind. Die Punkte A, M und B sind koordinatenmäßig bekannt. Vom Standpunkt N werden die beiden Winkel  $a$  und  $b$  gemessen. Aus diesen Winkeln und den Koordinaten der bekannten Punkte können nun die Koordinaten von N berechnet werden. Dazu werden zwei Kreise gerechnet, wobei der eine Kreis durch die Punkte A, M und N und der zweite Kreis durch die Punkte B, M und N geht. Die beiden Kreise schnei-

### Geradenschnitt

Seite \_\_\_\_\_

VermVordruck 9

(2)

$x_1 \rightarrow x_2$		2
$\tan t_1$	6	
$Y_1 \rightarrow Zw$	8	$Y_2$
8		8

bleibt stehen

$x_3 \rightarrow x_4$		2
$\tan t_1$	6	$\tan t_2$
$Zw \rightarrow y_3$	8	$Y_1 \rightarrow Y_2$
8		8

R-Werke gleichkurbeln

(1)  $\tan t_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$      $\tan t_2 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}$

(2)  $y_s = y_1 + (x_2 - x_1) \tan t_1 + (x_3 - x_2) \tan t_2$   
 $y_s = y_3 + (x_3 - x_2) \tan t_2$

(3) Probe:  
 Wenn man  $x_3$  im Z-Werk umkurbelt in:  
 $\{x_2, \text{ muß } y_2 \text{ im linken R-Werk}\}$  erscheinen  
 $\{x_4, \text{ muß } y_4 \text{ im rechten R-Werk}\}$  erscheinen  
 Außerdem ist für eine Teilstrecke zu rechnen:  
 $\Delta x \cdot \tan t = \Delta y$

(4)  $s = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$

Schaltung				
tan	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	Werk	
			links	rechts
+	+	+	↑	↑
+	-	+	↑	↓
-	-	-	↓	↓
-	+	+	↓	↑

	±	y	±	x	Strecken		±	y	±	x	Strecken
	1	2	3	4		5	6	7	8		
P <sub>1</sub> A		73 710, 47		59 502, 83		P <sub>3</sub> 157	74 175, 86		59 704, 12		Nr. 1
P <sub>2</sub> - P <sub>1</sub>						P <sub>2</sub> - P <sub>3</sub>	+ 18 08		- 62 41		64, 98
P <sub>2</sub> S		74 193, 94		59 641, 71		P <sub>2</sub> S	74 193, 94		59 641, 71		
P <sub>2</sub> - P <sub>3</sub>						P <sub>4</sub> - P <sub>1</sub>	+ 22 61		- 78 02		81, 23
P <sub>2</sub> B		74 603, 34		59 759, 31		P <sub>4</sub> 156	74 216, 55		59 563, 69		
P <sub>2</sub> - P <sub>1</sub>		+ 892 87		+ 256, 48		P <sub>4</sub> - P <sub>3</sub>	+ 40, 69		- 140, 43		146 21
tan t <sub>1</sub>		+ 3, 48125				tan t <sub>2</sub>	- 0, 28975				

Abb. 7: Vermessungsvordruck IX: Geradenschnitt

den sich gemäß ihrer Konstruktion in den beiden Punkten M und N. Bei der entsprechenden Berechnung ergeben sich dabei die Koordinaten des zweiten Schnittpunktes N. Da der Berechnungsalgorithmus umfangreich und mathematisch aufwendig ist, kann an dieser Stelle nicht detaillierter darauf eingegangen werden. Für Interessierte verweisen wir auf die Artikel von Sossna [Sos, 1896-2, Sos, 1896-3, Sos, 1896-4], die Bücher von Wittke [Wit, 1943] und Jacobs [Jac, 1967] sowie allgemeine Lehrbücher zur Vermessungstechnik.

Neben den hier dargestellten Rechenformularen sind in den Vermessungsanweisungen für die unterschiedlichen geodätischen Aufgabenstellungen angepasste Vordrucke enthalten. Tabelle 1 gibt eine Übersicht der verfügbaren Formulare mit den zugehörigen Nummern. Dabei fällt auf, dass keine fortlaufende Nummerierung der Vordrucke vorliegt. In der ursprünglichen Vermessungsan-

weisung von 1881 [NN1881], die jedoch keinen Bezug zu Rechenmaschinen besitzt, existierte noch eine fortlaufende Nummerierung. Beim Übergang zu den hier betrachteten Vermessungsanweisungen wurden durch den Fortfall überflüssig gewordener Formulare und durch die Zusammenfassung mehrerer Vordrucke eine Reihe von Nummern frei. Diese wurden teilweise durch neue Vordrucke belegt. Dadurch dass die Nummern für weiterhin geltende Vordrucke nicht verändert wurden entstanden die Lücken in der Nummerierung. Dieses hatte für den Anwender aber den entscheidenden Vorteil, dass keine zusätzliche Umgewöhnung für die alten Vordrucke notwendig war.

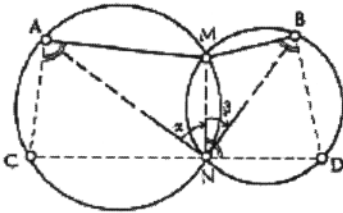
**Danksagung:** Für die freundliche Unterstützung durch die Landesvermessungsämter Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz und Bayern bedanken wir uns recht herzlich.

VermVordruck 11

Rückwärtsschnitt

Anlage 16 (VermPAnw.)

Seite \_\_\_\_\_



(3) 
$$\frac{x_a - x_m}{y_a - y_c} = \cot \alpha$$

(4) 
$$\frac{x_b - x_m}{y_b - y_d} = \cot \beta$$

(6) 
$$\tan t_c^a = \frac{y_c - y_d}{x_c - x_d}$$

(7) 
$$\tan t_m^a = - \frac{x_c - x_d}{y_c - y_d}$$

(8) 
$$\frac{x_d - x_m}{y_m - y_n} = \tan t_c^a$$

Rechenprobe: 
$$\tan t_c^a = \frac{x_m - x_n}{y_m - y_n}$$

Schaltung zu (3) und (4)				Schaltung zu (8) u. (10)			
$y_a - y_m$	$x_a - x_m$	$\cot \alpha = +$	$\cot \alpha = -$	$\tan t_c^a$	$\tan t_m^a$	$\tan t_c^a$	$\tan t_m^a$
$y_b - y_m$	$x_b - x_m$	$\cot \beta = -$	$\cot \beta = +$	$t_c^a$	$t_m^a$	$t_c^a$	$t_m^a$
		Werk links rechts	Werk links rechts			Werk links rechts	Werk links rechts
+	+	↓	↑	↑	↓	+	+
+	-	↑	↑	↓	↓	+	-
-	-	↑	↓	↓	↑	-	-
-	+	↓	↓	↑	↑	-	+

Rechenprobe:

- (9)  $t_m^a - \alpha = t_c^a$ ;  $t_m^a + \beta = t_c^a$ ;  $t_c^a + \alpha + \beta = t_m^a$  (Probe)  
 (10) Vorwärtsschnitt mit  $t_c^a$  und  $t_m^a$   
 In Ausnahmefällen zwei Vorwärtsschnitte: 1. mit  $t_c^a$  und  $t_m^a$   
 Rechenchema wie zu (8) 2. mit  $t_c^a$  und  $t_m^a$

1		± 2		± 3 (y)		± 4 (x)	
Probe (9)	$t_c^a$	$\tan t_c^a$		A			
	$t_m^a$	$\tan t_m^a$		B			
	$t_m^a$	$\tan t_m^a$		M			
a		$\cot \alpha$		A-M (1)			
		$\cot \beta$		B-M (2)			
Punkt				C (3)			
A				C-D (5)			
B		$\tan t_c^a$ (6)		D (4)			
M		$\tan t_m^a$ (7)		M			
N				N (8)			
				Probe (10)			

Abb. 8: Vermessungsvordruck XI: Rückwärtsschnitt (Abb.: Verfasser)

Literatur

[Ant, Wag, 1993] Christian Wagenknecht und Erhard Anthes. Wussten Sie schon ..., dass man mit mechanischen Rechenmaschinen Quadratwurzeln berechnen kann? Wissen Sie es auch wie es geht? Praxis der Mathematik, Seiten 133-136, 1993.  
 [Ber, 1922] St. Bergmann. Das Quadratwurzelziehen auf der Rechenmaschine. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 2(4), Seiten 316-317, August 1922.  
 [Col, 1936] Lothar Collatz. Über das Quadratwurzelziehen auf der Rechenmaschine. Zeitschrift

für angewandte Mathematik und Mechanik, 16(1), Seiten 59-60, Februar 1936.  
 [Dud, 1989] Lektorat des B.I.-Wissenschaftsverlag. DUDEN Informatik, Dudenverlag, Mannheim, Wien, Zürich, 1989.  
 [Egg, Kli, 1954] Eggert und Klietsch. Geodätische Rechnungen mittels der Rechenmaschine. Konrad Wittwer, 1954.  
 [Feh, 1942] Ladislaus Ritter von Fehrentheil und Gruppenberg. Vereinfachte Quadratwurzelziehung mit der Rechenmaschine. Zeitschrift für Instrumentenkunde, 62(7), Seiten 227-230, Juli 1942.

I	Winkelmessung	X	Vorwärtsschnitt über Richtungswinkel
I.1.a	Richtungsmessung im Aufnahmenetz	XI	Rückwärtsschnitt über Richtungswinkel
I.1.b	Zenitdistanzmessung	XII	Einzelpunkt-Ausgleichung
I.a	Winkelmessung und Streckenmessung mit Reduktionstachymeter	XIII	Trigonometrische Höhenrechnung
I.b	Winkelmessung und Streckenmessung mit Basislatte	XIV	Dreiecksberechnung
II	Polygonseitenmessung	XV	Höhe und Höhenfußpunkt
II.a	Streckenmessung mit Reduktionstachymeter	XVI	–
II.b	Streckenmessung mit Basislatte	XVII	–
II.c	Streckenmessung mit 100m Band	XVIII	–
II.d	Streckenmessung mit Meßband oder Latten -Neigungsmessung--	IXX	Polygonpunktberechnung
III	Indirekte Bestimmung der Zentrierungselemente	XX	–
IV	Zentrierung	XXI	Knotenpunktberechnung
V	Abriß	XXII	Kleinpunktberechnung
VI	–	XXIII	Bogenschnitt-Ausgleichung
VII	–	XXIV	Koordinatenumformung
VIII	Richtungswinkel und Entfernung	XXV	Koordinatenverzeichnis (der Polygonpunkte / Kleinpunkte)
IX	Geradenschnitt	XXV.a	Koordinatenverzeichnis der trigonometrischen Punkte

Tabelle 1: Liste der Vermessungsvordrucke

- [Gnc, 1921-07] Grimme, Natalis & Co. Verwendungsmöglichkeiten der Trinks-Triplex-Rechenmaschinen. Braunschweiger G-N-C-Monatsschrift, Seiten 684-693, November 1921.
- [Hec, 1937] H. Heckmann. Zur Berechnung des Vorwärtseinschnittes mit der Rechenmaschine. Zeitschrift für Vermessungswesen, 66(18), Seiten 539-543, September 1937.
- [Her, 1937] K. Herrmann. Das Quadratwurzelziehen auf der Rechenmaschine. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 49, Seiten 270-276, 1937.
- [Her, 1938] K. Herrmann. Flächenberechnungen aus rechtwinkligen Koordinaten mit der Doppelrechenmaschine. Zeitschrift für Vermessungswesen, 67(9), Seiten 273-278, Mai 1938.
- [Jac, 1967] Erwin Jacobs. Trigonometrische und polygonometrische Berechnungen in den amtlichen Vermessungsvordrucken. Verlag für

Wirtschaft und Verwaltung Hubert Wingen, Essen, 1967.

- [Jor, 1898-1] W. Jordan. Polygonzugberechnung mit der Rechenmaschine. Zeitschrift für Vermessungswesen, 27(5), Seiten 130-134, März 1898.
- [Jor, 1898-2] W. Jordan. Zur Polygonberechnungen mit der Rechenmaschine. Zeitschrift für Vermessungswesen, 27(12), Seite 343, Juni 1898.
- [Ker, 1933] Kerl. Ein Beitrag zum Problem des Quadratwurzelziehens mit der Rechenmaschine. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 45, Seiten 58-59, 1933.
- [Kle, 1932] Klempau. Die Doppelrechenmaschine Thales-Geo mit durchlaufendem Schlitten. Zeitschrift für Vermessungswesen, 61(6), Seiten 190-195, März 1932.

- [Kol, 1903] Otto Koll. Geodätische Rechnungen mittels der Rechenmaschine. Eugen Strien, Halle a/S., 1903.
- [NN 1881] n.n. "Anweisung IX für die trigonometrischen und polygonometrischen Arbeiten bei der Erneuerung der Karten und Bücher des Grundsteuerkatasters" vom 25. Oktober 1881. 1881.
- [NN 1931-1] n.n. "Ergänzungsbestimmungen I. Teil zu den Anweisungen VIII, IX und X für das Verfahren bei den Katasterneumessungen" vom 1. Juni 1931. 1931.
- [Nor, 1958-1] Nordrhein-Westfalen/ Landesvermessungsamt. Anweisung für die Bestimmung von Vermessungspunkten in Nordrhein-Westfalen, Teil I, (Text, Tafeln und VermVordrucke), vom 1. Dezember 1958 (Vermessungspunktanweisung I). Dezember 1958.
- [Nor, 1958-2] Nordrhein-Westfalen / Landesvermessungsamt. Tafeln für trigonometrische und polygonometrische Arbeiten der Kataster- und Vermessungsverwaltung in Nordrhein-Westfalen. Tafeln 1 bis 14 der Vermessungspunktanweisung 1 vom 1. Dezember. Dezember 1958.
- [Nor, 1960] Nordrhein-Westfalen / Landesvermessungsamt. Anweisung für die Bestimmung von Vermessungspunkten in Nordrhein-Westfalen, Teil II, (Bemerkungen zu den VermVordrucken, Rechenbeispiele), vom 1. Oktober 1960 (Vermessungspunktanweisung II). Dezember 1958.
- [Rhe, 1965] Ministerium des Inneren Rheinland-Pfalz. Vermessungsvordrucke in Rheinland-Pfalz nebst Erläuterungen und Rechenbeispielen. Ministerium des Inneren Rheinland-Pfalz, Runderlaß des MdI. vom 12. Juli 1965 Az.: 642-05 1965.
- [Sch, 1941] K. Schieferdecker. Geodätisches Rechnen, Anleitung für die Brunsviga-Rechenmaschine Doppel 13Z. Grimme, Natalis & Co. AG, Braunschweig, 1. Auflage, 1941.
- [Sch, 1991] Gerhard Schroeter. Das Wurzelziehen auf der Vierspezies-Rechenmaschine.
- [Sos, 1896-1] H. Sossna. Die Aufgabe der beiden Punktpaare in ihrer örtlichen Auswahl und rechnerischen Behandlung mittelst Maschine und numerisch-trigonometrischer Hilfstafel. Zeitschrift für Vermessungswesen, 25, Seiten 361-365, 1896.
- [Sos, 1896-2] H. Sossna. Auflösung des einfachen Rückwärtseinschnitts mittelst Rechenmaschine und numerisch-trigonometrischer Tafel. Zeitschrift für Vermessungswesen, 25, Seiten 269-272, 1896.
- [Sos, 1896-3] H. Sossna. Rückwärtsschnitts-Auflösung von Sossna. Zeitschrift für Vermessungswesen, 25, Seite 288, 1896.
- [Sos, 1896-4] H. Sossna. Auflösung des einfachen Rückwärtseinschnitts mittelst Rechenmaschine und numerisch-trigonometrischer Tafel. Zeitschrift für Vermessungswesen, 25, Seiten 471-472, 1896.
- [Sos, 1898] H. Sossna. Polygonzugberechnung mittelst Rechenmaschine. Zeitschrift für Vermessungswesen, 27(7), Seiten 196-198, April 1898.
- [Sos, 1899] H. Sossna. Auflösung der Aufgabe des Einkettens mittelst Maschine und numerisch-trigonometrischer Tafel. Die neue Multiplikationsmaschine von Otto Steiger & Hans Egli in Zürich. Zeitschrift für Vermessungswesen, 28(24), Seiten 665-696, Dezember 1899.
- [Sos, 1902-1] H. Sossna. Die rechnerische Behandlung der Aufgabe des Gegenschnitts mittelst Maschine und numerisch-trigonometrischer Hilfstafeln (Teil 1). Zeitschrift für Vermessungswesen, 31(13), Seiten 365-369, Juli 1902.
- [Sos, 1902-2] H. Sossna. Die rechnerische Behandlung der Aufgabe des Gegenschnitts mittelst Maschine und numerisch-trigonometrischer Hilfstafeln (Teil 2). Zeitschrift für Vermessungswesen, 31(15), Seiten 429-435, August 1902.
- [Tha????-2] Thales. Thales Modell GEO. Thaleswerk GmbH, Rechenmaschinenfabrik Rastatt/Baden.
- [Wit, 1943] Heinz Wittke. Die Rechenmaschine und ihre Rechentechnik: eine Einführung und ein Übungsbuch mit ausgewählten Anwendungsbeispielen aus der Geodäsie, Geometrie und der angewandten Mathematik. Wichmann, Berlin Grunewald, 1943.
- [Zer, 1999] Detlef Zerfowski. Mechanische Rechenmaschinen und Rechenhilfsmittel in der Vergangenheit. Eine Literaturrecherche. Mechanical Calculating Machines and Calculating Tools in the Past. A Bibliography. Selbstverlag, 1999.