Geodätisches Rechnen

Vermessungstechnische Berechnungsalgorithmen auf mechanischen Rechenmaschinen (1.Teil)

Von Dr. Detlef Zerfowski und Dipl.-Ing. (FH) Susanne Herden, Benningen am Neckar

1 Rahmenbedingungen für den breiten Einsatz von Rechenmaschinen

Früher wie heute galt es, stets wiederkehrende Probleme und Aufgaben des Arbeitsleben durch den Einsatz geeigneter Hilfsmittel einfacher, schneller und zuverlässiger zu lösen. Bereits Leibniz erkannte diese Notwendigkeit und erklärte:
„Indignum ebin est, excellentium virorum horas servili calculandi labore perire, qui Machina adhibita vilissimo cuique secure transcribi posset.“
„Unverständlich ist es, Stunden von Fachkräften zu vergeuden für einfachste Rechenarbeiten, die durch eine Rechenmaschine unbedenklich jedem Angelernten übertragen werden können.“
Aus demselben Grund erfand Blaise Pascal Mitte des 18. Jahrhunderts die nach ihm benannte Pascaline, um die im väterlichen Steuerbüro anfallenden Berechnungen effizienter und weniger fehleranfällig durchführen zu können.
Ähnliche Aussagen über den Einsatz von Rechenmaschinen findet man auch in einer Vielzahl jüngerer Abhandlungen wie zum Beispiel in [Gnc1921-07]:
„Erfahrungsgemäß werden bei der Durchführung längerer Rechnungen nur zu häufig Additions-, Subtraktions- und Multiplikationsfehler gemacht, die Rechenmaschine dagegen kennt ein solches Versagen nicht, sie arbeitet mit vollkommener Sicherheit und schaltet jeden derartigen Fehler aus. Das Gehirn wird während des Rechnens nicht mit an und für sich nebensächlichen Dingen belastet, es kann vielmehr voll und ganz auf das Wesen der jeweiligen Aufgabe konzentriert bleiben, die Leistungsfähigkeit wird erheblich gesteigert.“
Erst der Übergang von der Einzelanfertigung zur Serienproduktion führte zu einer weitergehenden Verbreitung der Rechenmaschinen. Als Pioniere der Serienfertigung gelten

- Charles Xavier Thomas (1785-1870) aus Colmar mit seiner 1821 beginnenden manuellen Serienanfertigung seiner Arithmometer,
- der Ingenieur Arthur Burkhardt (1857-1918), der in Glashütte 1878 die erste Deutsche Rechenmaschinenfabrik gründete,
- sowie Willgodt Theophil Odhner (1845-1905), der 1886 in Petersburg die Produktion der nach ihm benannten Odhner-Maschinen aufnahm, auf denen der spätere weltweite Erfolg der Brunsviga-Rechenmaschinen basierte.

Aufgrund der steigenden technischen Reife und den sinkenden Produktionspreisen hielten die Maschinen mehr und mehr Einzug in die Wirtschaft und insbesondere in den Dienstleistungssektor (u.a. Banken, kaufmännischer Bereich, Vermessungswesen).
Für die unterschiedlichen Aufgaben wurden an die jeweiligen Anforderungen angepasste spezielle Maschinentypen entwickelt und sukzessive unter den Gesichtspunkten der Zuverlässigkeit und Handhabbarkeit (heute auch als Ergonomie bezeichnet) verbessert. Beispiele hierfür sind die Saldiermaschinen im kaufmännischen Sektor. Die zu bearbeitenden mathematischen Aufgaben bestanden hierbei in der Regel aus kurzen Folgen sich stets wiederholenden einzelnen Rechenoperationen.

2 Algorithmen für Rechenmaschinen

Im wissenschaftlichen und technischen Bereich fand die Rechenmaschine ebenfalls ihre Einsatzgebiete, wobei die zu bearbeitenden Probleme oft eine deutlich höhere Komplexität als in kaufmännischen Anwendungen besaßen. Exemplarisch sei auf die Berechnung der Quadratwurzel einer Zahl hingewiesen. Detaillierte Beschreibungen unterschiedlicher Varianten für diese Berechnung finden sich z. B. in [Col1936, AntWag1993, Ber1922, Feh1942, Her1937, Ker1933, Sch1991].
Bei anderen technischen Problemstellungen ergeben sich die zu berechnenden Werte aus komplexen Ausdrücken, häufig unter Verwendung trigonometrischer Funktionen, wobei die Werte für diese Winkelfunktionen aus umfangreichen Tabellenwerken entnommen werden mussten[1].
Ein Beispiel für den Einsatz von Rechenmaschinen für wissenschaftliche Aufgabenstellungen ist die in [Gnc1921-07] angegebene Berechnung der Monddistanz für astronomische Längenbestimmungen unter Verwendung der Trinks-Triplex-Rechenmaschine.

[1] Eine große Auswahl von entsprechenden Tabellenwerken ist in [Zer1999] zu finden.

In dem Artikel werden zum Nachweis der Überlegenheit der Rechenmaschine gegenüber der schriftlichen Lösung die zwei Lösungsverfahren einander gegenübergestellt. Dabei benutzt das herkömmliche handschriftliche Verfahren Logarithmen und erfordert Formelumstellungen, während die Lösung mittels Rechenmaschine mit trigonometrischen Funktionswerten ohne Formelumstellungen arbeitet.

Beim Vergleich beider Lösungswege ergibt sich für die herkömmliche Methode eine Aufwand von 27 nachzuschlagenden Logarithmenwerten und 19 schriftlich auszuführenden Nebenrechnungen, während die Verwendung der Rechenmaschine das Nachschlagen von lediglich 19 Funktionswerten und zwei Additionen erfordert. Weiterhin wird die größere Genauigkeit, sowie eine Zeitersparnis von etwa 50% bei der Rechnung mittels der Rechenmaschine hervorgehoben.

Betrachtet man die Komplexität solcher Lösungsverfahren und deren Umsetzung auf Rechenmaschinen näher, so erkennt man die Grenzen des breiten Einsatzes von Rechenmaschinen für umfangreiche Problemstellungen. Die Ausführung der Befehle in der korrekten Reihenfolge erfordert eine nicht zu unterschätzende Aufmerksamkeit und war somit fehleranfällig. Betrachten wir unter diesem Aspekt die Definition des Begriffs Algorithmus.

Definition: Algorithmus [Dud1989] *Unter einem Algorithmus versteht man eine Verarbeitungsvorschrift, die so präzise formuliert ist, daß sie von einem mechanischen oder elektronisch arbeitendem Gerät durchgeführt werden kann. Aus der Präzision der sprachlichen Darstellung des Algorithmus muß die Abfolge der einzelnen Verarbeitungsschritte eindeutig hervorgehen. Hierbei sind Wahlmöglichkeiten zugelassen. Nur muß dann genau festliegen, wie die Auswahl einer Möglichkeit erfolgen soll.*

Aus heutiger Sicht entspricht demnach die Umsetzung von Berechnungen auf Rechenmaschinen dem Algorithmenentwurf und der Programmierung auf einem Rechner mit einem entsprechend eingeschränktem Satz an Befehlen. Ein wesentlicher Unterschied zur aktuellen Technologie besteht in der Aufgabenverteilung zwischen Mensch und Maschine. Während in der heutigen Zeit der Rechner nach seiner Programmierung selbsttätig die einzelnen Programmschritte ausführt und lediglich die (Zwischen-)Ergebnisse mitteilt beziehungsweise speichert, war in Ermangelung eines Programmspeichers und einer Ausführungseinheit in der Rechenmaschine der Mensch das ausführende Organ.

Er hatte gemäß dem Algorithmus die elementaren Operationen wie „Einkurbeln eines neuen Wertes", „Löschen des Umdrehungszählwerks (U-Werk)" etc. durchzuführen.

Dadurch dass der Berechnungsalgorithmus im Kopf des Rechenmaschinennutzers ablaufen musste, ergab sich zwangsläufig eine erhöhte Fehleranfälligkeit, die eine Verwendung der Rechenmaschine für komplexere Aufgabenstellungen in dieser Form ausschloss.

Zur Umgehung dieser Problematik wurden für regelmäßig wiederkehrende Berechnungen entsprechende Formulare entworfen, die gleich mehrere Aufgaben erfüllten. Einerseits dienten sie zur Aufnahme der Zwischenergebnisse und erleichterten damit die Nachvollziehbarkeit und Fehlersuche innerhalb der Rechnungen. Andererseits gaben die Formulare die auszuführenden Berechnungsschritte und damit den groben Algorithmus, oder besser den Kontrollfluss der Berechnung vor.

Eine technische Disziplin, die diese Vorgehensweise in besonderem Maße eingesetzt und zur Perfektion gebracht hat, ist das Vermessungswesen.

3 Algorithmenbeschreibung im Vermessungswesen

Bereits zum Ende des neunzehnten Jahrhunderts wurden im Rahmen von wissenschaftlichen Veröffentlichungen Algorithmen für Rechenmaschinen zur Berechnung vermessungstechnischer Probleme diskutiert.

1896 beschrieb Sossna wie das in Abschnitt 3.4.2 beschriebene Problem des Rückwärtseinschnitts unter Nutzung von Einfachrechenmaschinen gelöst werden kann [Sos1896-2, Sos1896-3, Sos1896-4].

Jordan betrachtet in [Jor1898-1, Jor1898-2], bezugnehmend auf Burkhardt-Arithmometer, die Vorteile des Einsatzes von Rechenmaschinen bei der Polygonzugberechnung. Die Rechenmaschinen wurden dabei lediglich für die anfallenden Multiplikationen und Additionen genutzt. Bereits diese einfache Nutzung der Maschine führte bei der dargestellten Aufgabenstellung zu einer Zeitersparnis von 25 Prozent.

In einer direkten Antwort auf die Veröffentlichungen von Jordan beschreibt Sossna in [Sos1898] wie durch Änderungen des Algorithmus weitere Einsparungen erzielt werden können.

Die Vorteile der Thales-Geo gegenüber anderen Doppelrechenmaschinen werden in [Tha????-2] und von Klempau in [Kle1932] anhand einer Reihe vermessungstechnischer Beispielaufgaben hervorgehoben.

Besonders erwähnenswert ist die umfangreiche Anleitung von Schieferdecker [Sch1941], in der sehr detailliert die Anwendungsmöglichkeiten der Brunsviga Doppel 13 Z für geodätische Berechnungen darge-

stellt werden.
Weitere Beispiele für vermessungstechnische Probleme und deren Lösung mittels Rechenmaschinen findet man unter anderem in [Sos1896-1, Sos1899, Sos1902-1, Sos1902-2, Kol1903, Hec1937, Her1938, Wit1943, EggKli1954].
Da im Vermessungswesen auch hoheitliche Aufgaben wahrgenommen werden, mussten und müssen die durchgeführten Maßnahmen und Berechnungen eingehenden Prüfungen von staatlicher Seite unterzogen werden. Zu diesem Zweck und zur Vereinheitlichung der Berechnungsgrundlagen veröffentlichte das Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen in den Jahren 1958-1960 detaillierte Anweisungen und Vordrucke für die Bestimmung von Vermessungspunkten unter Verwendung von Rechenmaschinen [Nor1958-1, Nor1958-2, Nor1960]. Die Herausgabe dieser Anweisungen war notwendig geworden, da die aus 1881 [NN1881] stammenden und in 1931 [NN1931-1] ergänzten Anweisungen für die Katastermessung nicht mehr ausreichend waren.
Im Rahmen der neueren Anweisungen wurden für die unterschiedlichsten Vermessungsprobleme Algorithmenbeschreibungen für Einfach- und Doppelrechenmaschinen, sowie speziell für die Doppelrechenmaschine Brunsviga Modell 183 (mit drei Einstellwerken) angegeben.
Auf den 1958 und 1960 herausgegebenen Vordrucken bauen die ähnlichen Anweisungen des Landesvermessungsamt Rheinland-Pfalz [Rhe1965], sowie das von Dr. Erwin Jacobs herausgegebene Buch [Jac1967] auf. Letzteres beschreibt und kommentiert die Vermessungsvordrucke ausführlich anhand konkreter Rechenbeispiele.

3.1 Algorithmenbeschreibung mittels Rechenschemata

Für die Beschreibung der Algorithmen wurden in den zuvor zitierten Werken sogenannte Rechenschemata verwendet. Diese Rechenschemata setzen sich aus einer Reihe graphischer Symbole zusammen und ermöglichen die Darstellung der einzelnen auszuführenden, elementaren Rechenschritte. Es handelt sich somit um eine Art Programmbeschreibungssprache, deren Befehle der Rechenmaschinenanwender manuell auf der Rechenmaschine umsetzen musste. Zur Darstellung der Rechenvorgänge auf Sprossenradmaschinen wurden dabei die in Abbildung 1 angegebenen Schemata verwendet. Die einzelnen (U-, E- und R-) Werke in den Rechenmaschinen werden durch Rechtecke dargestellt. Auf diese Weise lässt sich der Zustand der Rechenmaschine zwischen zwei Berechnungsschritten wiedergeben.
Um die auszuführenden Operation ebenfalls darstellen zu können wurden die in Abbildung 2 angegebenen Symbole genutzt. Eine für ein bestimmtes Rechenwerk auszuführende Operation wurde dadurch beschrieben, dass im entsprechendem Rechteck das zu der Operation gehörende Symbol eingetragen wurde.

3.2 Bestimmung des Schnittpunktes zweier Geraden

Betrachten wir nun die Umsetzung eines Algorithmus auf eine allgemeine Doppelrechenmaschine. Aufgabe wird es sein den Schnittpunkt zweier Geraden rechnerisch zu bestimmen. Dabei wird von zwei Geraden ausgegangen, die jeweils durch ihre Anfangs- und Endpunkte gegeben sind.
Als erstes stellt sich die Frage, wie eine einzelne allgemeine Gerade, die durch zwei Punkte P_1 und P_2 mit den Koordinaten[2] (y_1, x_1) und (y_2, x_2) definiert ist (vgl. Abbildung 4), in einer Rechenmaschine dargestellt werden kann. Hierzu wird die Punkt-Steigungsform

$$y_n = y_1 + m \cdot (x_n - x_1) \tag{1}$$

der allgemeinen Geraden betrachtet. Mit den bekannten Punkten $P_1 = (y_1, x_1)$ und $P_2 = (y_2, x_2)$ ergibt sich für die Steigung $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan t_1$. Mit der Kenntnis von y_1, x_1 und dem zuvor berechnetem Wert $\tan t_1$ lassen sich mit der Rechenmaschine auf einfache Weise die Koordinaten beliebiger Punkte[3] auf der Gerade anzeigen. Hierzu werden

x_1 – · – · –	2	x_1 ins Umdrehungszählwerk,
$\tan t_1$ – · – · –	6	$\tan t_1$ ins Einstellwerk und
y_1 – · – · –	8	y_1 ins Resultatswerk eingegeben.

Bei der Werteeingabe dürfen die Anzahl der verwendeten Nachkommastellen nicht frei gewählt werden.

[2] Da im folgenden auf vermessungstechnische Probleme eingegangen wird, wurde die ansonsten unübliche Konvention, die senkrechte Koordinatenachse als die x-Achse und die horizontale Achse als die y-Achse zu bezeichnen, aus dem Vermessungswesen übernommen. Auf den Brunsviga-Doppelrechenmaschinen findet man entsprechende eingeprägte Hinweise neben den Einstellwerken: *hoch (x)* bzw. *rechts (y)* für die Hoch- bzw. Rechtsachse.

[3] Aufgrund der diskreten Arbeitsweise der verwendeten Rechenmaschinen kann natürlich nicht jede reelle Koordinate angezeigt werden.

Einfach-rechenmaschine

U
E
R

Doppelrechenmaschine

U_l	U_r
E_l	E_r
R_l	R_r

Doppelrechenmaschine Brunsviga Modell 183 (mit 3 Einstellwerken)

	U_l	U_r
E_l	E_m	E_r
	R_l	R_r

Abbildung 1: Rechenschemata für unterschiedliche Rechenmaschinentypen. Dabei bedeuten: U = Umdrehungszählwerk (U-Werk), E = Einstellwerkwerk (E-Werk), R = Resultatwerk (R-Werk). Die Indizes l,r,m bestimmen das jeweilige linke, rechte bzw. mittlere Werk.

———→	durch einen Rechenvorgang entstandener Wert
====	Ergebnis
– · – · –	einzustellender Wert
∼∼∼→	Umkurbeln eines Wertes in einen anderen Wert
∼∼∼	einzukurbelnder Wert (von Null ausgehend)
Zw	Zwischenwert
( )	Wert (eingeklammert) nicht löschen, sondern für den nächsten Rechengang stehenlassen
———— $\boxed{2}$	Nachkommastellen
$\uparrow\uparrow$ oder $\downarrow\downarrow$	U-Werk, E- und R-Werke laufen in gleicher Richtung
$\downarrow\uparrow$ oder $\uparrow\downarrow$	Werke laufen entgegengesetzt zueinander
$\circ\uparrow$ oder $\circ\downarrow$	linkes Werk abschalten

Abbildung 2: Innerhalb der Rechenschemata verwendete Symbole.

Bei der Eingabe des y-Wertes müssen soviele Nachkommastellen berücksichtigt werden, wie die Summe der Nachkommastellen des x-Wertes und der Geradensteigung. Im obigen Rechenschema besitzen der x-Wert zwei, die Geradensteigung sechs und somit der y-Wert acht Nachkommastellen.

Beliebiges Kurbeln bewirkt, dass sich mit der Änderung des x-Wertes gleichzeitig die y-Koordinate so ändert, dass die angezeigten Werte (y, x) stets auf der durch Gleichung 1 gegebenen Gerade liegen. Anschaulich bedeutet dieses, dass man sich durch das Kurbeln entsprechend der Kurbelrichtung vorwärts bzw. rückwärts auf der Geraden entlang bewegt und dabei die Koordinaten des aktuellen Standpunktes auf der Geraden angezeigt bekommt.

Die korrekte Arbeitsweise der Rechenmaschine lässt sich nach der Grundeinstellung durch Umkurbeln des x_1-Wertes in den x_2-Wert überprüfen, da sich im Resultatwerk automatisch der Wert y_2 einstellen muss.

Beispiel: Betrachten wir als ein konkretes Beispiel die in Abbildung 4 dargestellte Gerade zwischen den Punkten $A = (y_1, x_1)$ und $B = (y_2, x_2)$. In der Grundeinstellung der Rechenmaschine wird die x-Koordinate des Punktes A (mit zwei Nachkommastellen) in das Umdrehungswerk eingegeben. Anschließend wird die zuvor berechnete Geradensteigung

$$\tan t_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{892,87}{256,48} = 3,481246$$

(mit sechs Nachkommastellen) in das Einstellwerk und der y-Wert mit acht Nachkommastellen in das Resultatwerk eingegeben. Für die Eingabe des y-Wertes sind die Einstellrädchen am Resultatwerk notwendig, ohne die die direkte Eingabe der y-Werte nicht möglich wäre. Es ergibt sich damit die folgende Grundeinstellung:

59502,83 – · – · –	$\boxed{2}$	x-Koordinate des Punktes A eingeben.
3,481246 – · – · –	$\boxed{6}$	Steigung der ersten Geraden eingeben.
73710,47000000 – · – · –	$\boxed{8}$	y-Koordinate des Punktes A eingeben.

Zur Kontrolle der Einstellung und korrekten Arbeits-

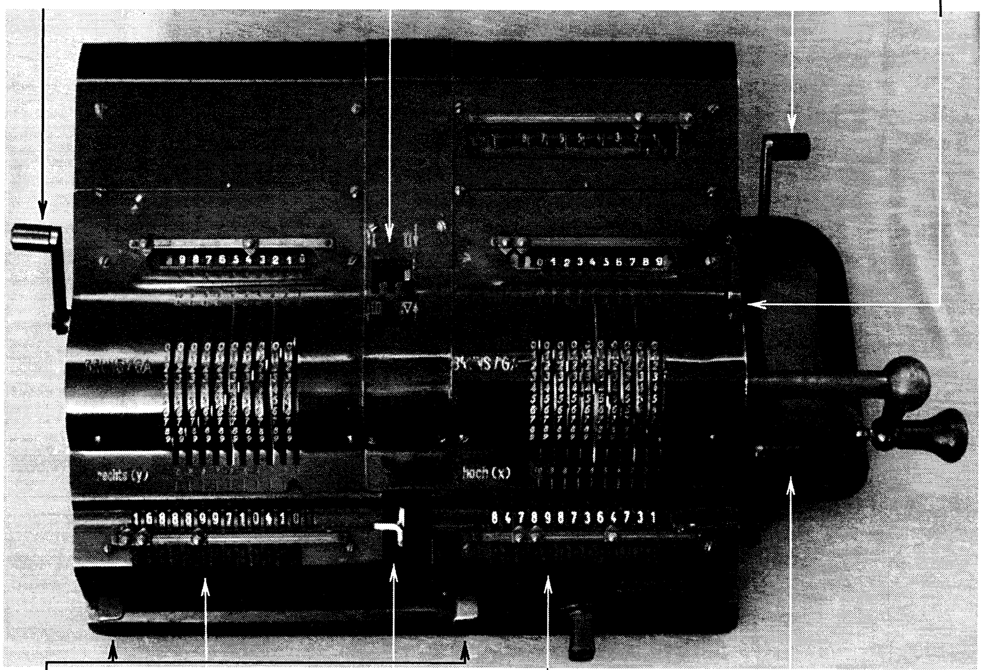
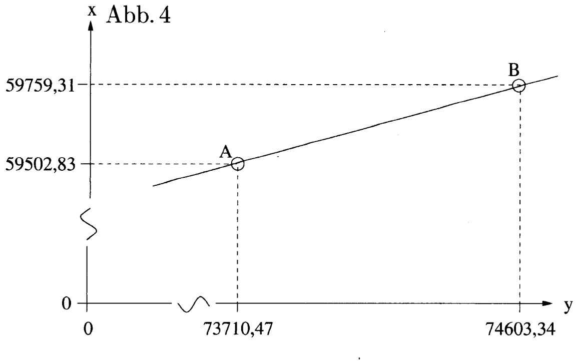


Abbildung 3: Brunsviga-Doppel-13Z.



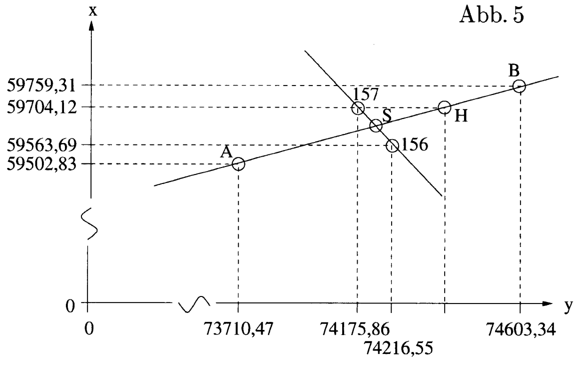


Abbildung 4: Gerade im kartesischen Koordinatensystem. Die Anordnung der x- und y-Achsen entspricht der gebräuchlichen Anordnung im Vermessungswesen.

Abbildung 5: Bestimmung des Schnittpunktes zweier Geraden.

weise der Rechenmaschine kann man den Wert im Umdrehungsregister auf die x-Koordinate des Punktes B umkurbeln und erhält daraufhin im Resultatwerk die y-Koordinate von B.
Ein Problem tritt bei der zuvor geschilderten Vorgehensweise auf, wenn der Tangens-Wert, also die Geradensteigung negativ ist und somit nicht in das Einstellwerk eingegeben werden kann. In diesem Fall wird der x_1-Wert durch linksläufige Kurbelung als rote Zahlen ins Umdrehungszählwerk eingekurbelt. Dieses führt dazu, dass bei anschließenden Rechtskurbelungen die roten x-Werte abnehmen und damit die negative Geradensteigung korrekt behandelt wird.

3.3 Geradenschnittberechnungen auf der Doppelrechenmaschine

Die im vorherigen Abschnitt durchgeführten Berechnungen erfordern, wie man an dem verwendeten Rechenschema erkennt, lediglich eine Einfachrechenmaschine. Für die Berechnung des Schnittpunktes zweier Geraden kann man prinzipiell zwei Einfachrechenmaschinen parallel nebeneinander betreiben, müsste dabei aber die Umdrehungszählwerke und die Ergebniswerke gleichzeitig im Auge behalten. Hier setzt, wie wir gleich erkennen werden, der Vorteil der Doppelrechenmaschine an.
Die Idee bei der Schnittpunktberechnung mittels Doppelrechenmaschine besteht darin, in den beiden Teilmaschinen gleichzeitig auf beiden Geraden entlang zu laufen bis man sich in einem Punkt trifft (vgl. Abbildung 5). Man benötigt dabei lediglich ein Umdrehungszählwerk, welches die gemeinsame x-Koordinate enthält. Auf der linken Maschine wird die erste Gerade mit dem Punkt $A = (y_1, x_1)$ eingestellt. Auf dieser Geraden schreitet man gemäß dem im vorhergehenden Abschnitt dargestelltem Algorithmus (Umkurbeln der x-Koordinate von A in die x-Koordinate des Punktes 157) bis zum Hilfspunkt H, der dieselbe x-Koordinate wie der auf der zweiten Geraden liegende Punkt $157 = (y_3, x_3)$ besitzt.
Erst jetzt stellt man in der rechten Maschine die zweite Gerade ein, indem der Wert y_3 ins Resultatwerk und $\tan t_2$, die Steigung der zweiten Gerade, ins Einstellwerk eingegeben werden; x_3 steht bereits im Umdrehungszählwerk.
Durch weiteres Kurbeln wandert man in beiden Maschinen gleichzeitig auf beiden Geraden dem Schnittpunkt entgegen. Dieser ist erreicht, wenn in beiden Resultatwerken der gleiche y-Wert vorliegt. Die zugehörige x-Koordinate des Schnittpunktes steht im Umdrehungszählwerk. Man erkennt an dieser Stelle den Vorteil der Doppel- gegenüber der Einfachrechenmaschine, da statt der vier zu beobachtenden Werke und parallel auszuführenden Kurbeldrehungen lediglich zwei Werke überwacht und nur eine Kurbel bedient werden müssen.
Da die Berechnungen nicht mit beliebiger Genauigkeit durchgeführt werden können, wird eine exakte Übereinstimmung der y-Werte in den Resultatwerken häufig nicht gegeben sein. In diesem Fall wird als y-Koordinate des Schnittpunktes der y-Wert aus der Maschine mit dem kleineren der beiden Tangens-Werte genommen.
Der soeben verbal dargestellte Algorithmus lässt sich durch die Verwendung des Rechenschema in äußerst kompakter Form darstellen:

1. Rechenschritt:

	$\underline{x_1} \rightsquigarrow (x_3)$ $\boxed{2}$
$\underline{\tan t_1}$ $\boxed{6}$	$\boxed{6}$
$\underline{y_1} \longrightarrow (Zw)$ $\boxed{8}$	$\boxed{8}$

2. Rechenschritt:

	$x_3 \longrightarrow \underline{\underline{x_s}}$ $\boxed{2}$
$\tan t_1$ $\boxed{6}$	$\underline{\tan t_2}$ $\boxed{6}$
$Zw \rightsquigarrow \underline{\underline{y_s}}$ $\boxed{8}$	$\underline{y_3} \rightsquigarrow \underline{\underline{y_s}}$ $\boxed{8}$

gleichkurbeln

Versuchen Sie den zuvor geschilderten Rechenvorgang mittels des Rechenschema und der Symbolübersicht aus Abbildung 2 nachzuvollziehen.
Da bei vielen Doppelrechenmaschinen das linke Rechenwerk parallel oder gegenläufig zum rechten Rechenwerk umgeschaltet werden kann, muss bei der Grundeinstellung der Geraden in den Maschinen das Vorzeichen der zu verwendenden Tangens-Werte berücksichtigt werden. Bei unterschiedlichen Vorzeichen der Werte $\tan t_1$ und $\tan t_2$ müssen die beiden Rechenwerke gegenläufig arbeiten, bei gleichem Vorzeichen gleichsinnig.
Zur Verdeutlichung erweitern wir unser Beispiel durch eine weitere Gerade. Die Abbildung 5 zeigt zusätzlich zur Geraden durch die Punkte A und B eine zweite Gerade, die durch die Punkte mit den Nummern 156 und 157 verläuft. Die Aufgabe besteht nun darin den Schnittpunkt S koordinatenmäßig zu bestimmen.

(Weiter auf Seite 19)

↑↓		59502,83 $\boxed{2}$	x-Koordinate des Punktes A eingeben.
	3,481246 $\boxed{6}$		Steigung der ersten Geraden eingeben.
	73710,47000000 $\boxed{8}$		y-Koordinate des Punktes A eingeben.
↑↓		59704,12 $\boxed{2}$	Bis zur x-Koordinate des Hilfspunktes H kurbeln (entspricht der x-Koordinate des Punktes 157).
	(3,481246) $\boxed{6}$		Steigung der ersten Geraden stehen lassen.
	(74411,21000734) $\boxed{8}$		Berechnete y-Koordinate des Hilfpunktes H stehen lassen.
↑↓		(59704,12) $\boxed{2}$	x-Koordinate des Hilfspunktes H stehen lassen.
	(3,481246) $\boxed{6}$	0,289753 $\boxed{6}$	Linkes Einstellwerk nicht ändern. Zweite Geradensteigung in rechtes Einstellwerk eingeben.
	(74411,21000734) $\boxed{8}$	74175,86000000 $\boxed{8}$	Linkes Resultatwerk nicht ändern. y-Koordinate des Punktes 157 in rechtes Resultatwerk eingeben.
↑↓		59641,71 $\boxed{2}$	x-Koordinate des Schnittpunktes S ergibt sich beim Gleichkurbeln.
	3,481246 $\boxed{6}$	0,289753 $\boxed{6}$	Linkes und rechtes Einstellwerk unverändert lassen.
	⇝ 74193,94544448 $\boxed{8}$	⇝ 74193,94348473 $\boxed{8}$	Linkes und rechtes Resultatwerk gleichkurbeln. Es ergibt sich die y-Koordinate des Schnittpunktes S.

gleichkurbeln

Abbildung 6: Ablauf der Berechnung des Geradenschnitts.

Da die beiden Geradensteigungen unterschiedliche Vorzeichen besitzen, müssen die beiden Rechenwerke gegenläufig und das Umdrehungswerk negativ, d. h. mit roten Zahlen, betrieben werden[4].

Gemäß dem vorhergehenden Rechenschema ergibt sich der in Abbildung 6 angegebene Rechenablauf.

(wird fortgesetzt) Literatur-Referenzen in Teil 2.

[4] Bei unserer Brunsviga-Doppelrechenmaschine erhält man die roten Zahlen, indem man nach der Löschung des U-Werkes einmal linkskurbelt.